Föreläsning (1)
8/11-13

MEKANIK

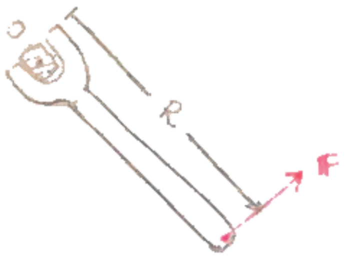
IDAG: Vridmoment, beräkningar

Stelkroppsekvivalenta kraftsystem

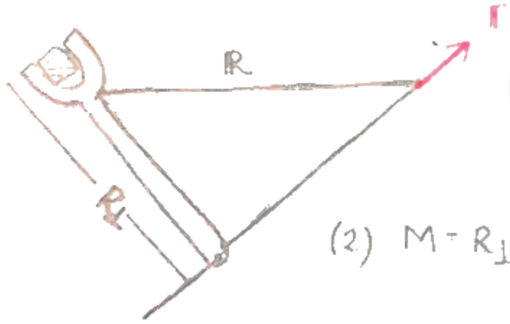
Kraftpar

Skruvkrafter

Ex



(1) $M = RF$

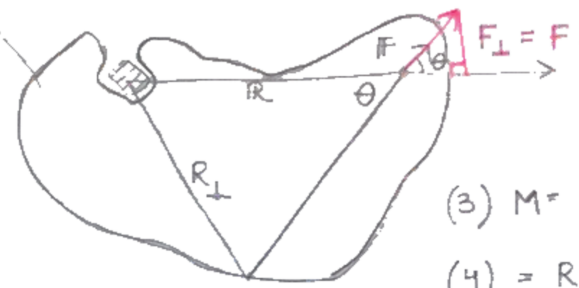


$R_\perp$ = ⊥. mot kraftens verkan

(2) $M = R_\perp F$

Formen spelar ingen roll

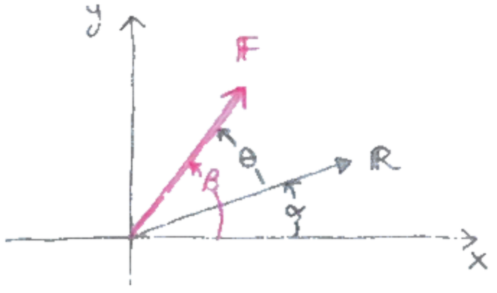
Vi kan flytta angreppspunkten ∥ med $\mathbb{F}$



$F_\perp = F \sin\theta$

(3) $M = R \sin\theta\, F = R(F \sin\theta) =$

(4) $= R F_\perp$



$$\mathbb{R} = (\cos\alpha\, \hat{x} + \sin\alpha\, \hat{y})\, R$$

$$\mathbb{F} = (\cos\beta\, \hat{x} + \sin\beta\, \hat{y})\, F$$

$$\mathbb{R} \times \mathbb{F} = RF\left(\cos\alpha \sin\beta (\hat{x} \times \hat{y}) + \cos\beta \sin\alpha\, (\hat{y} \times \hat{x})\right)$$

$$= (\cos\alpha \sin\beta - \cos\beta \sin\alpha)\, \hat{z} \cdot RF =$$

$$= \sin(\beta - \alpha)\, RF\, \hat{z}$$

$$= \sin\theta\, RF \cdot \hat{z}$$

Obs $\mathbb{F}$ och $\mathbb{R}$ har olika enheter

(5) $\mathbb{M} = \mathbb{R} \times \mathbb{F}$ (def)

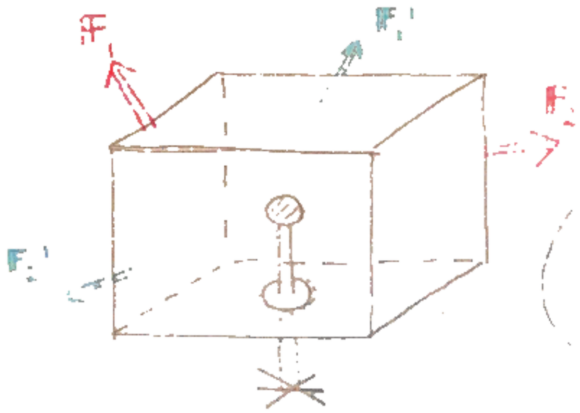
→

$\mathbb{R} = (x, y, 0)$

$\mathbb{F} = (F_x, F_y, 0)$

$$(5') \quad \mathbb{M} = (xF_y - yF_x)\,\hat{z}$$

STELKROPPSEKVIVALENTA KRAFTSYSTEM



- O – origo
- $\mathbb{F}$ – totala kraften
- $\mathbb{M}$ – totala vridmoment

Stelkroppssystem

<u>Def.</u> om $\mathbb{F} = \sum_i \mathbb{F}_i$

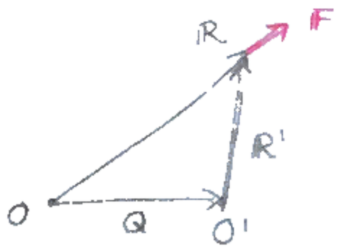
$\mathbb{M} = \sum_i \mathbb{R}_i \times \mathbb{F}_i$

om $\mathbb{F} = \mathbb{F}'$

$\mathbb{M} = \mathbb{M}'$ $\Longrightarrow$ de två kraftsystemen är stelkroppsekvivalenta

---

Räkna fram $\mathbb{M}$ och $\mathbb{F}$ med annat val av origo



$$\mathbb{F}' = \sum_i \mathbb{F}_i' = \sum_i \mathbb{F}_i = \mathbb{F}$$

$$\mathbb{M}' = \sum_i \mathbb{R}_i' \times \mathbb{F}_i = \sum_i(-\mathbb{Q} + \mathbb{R}_i) \times \mathbb{F} =$$
$$= \sum_i (\mathbb{R}_i \times \mathbb{F}_i) - \sum_i(\mathbb{Q} \times \mathbb{F}_i) =$$
$$= \mathbb{M} - \mathbb{Q} \times \sum_i \mathbb{F}_i = \mathbb{M} - \mathbb{Q} \times \mathbb{F}$$

$\boxed{\mathbb{M}' = \mathbb{M} - \mathbb{Q} \times \mathbb{F}}$ $\boxed{\mathbb{F}' = \mathbb{F}}$

$\mathbb{M}' = \mathbb{M} - \mathbb{Q} \times \mathbb{F}$

$\mathbb{F}' = \mathbb{F}$

(A) Två stelkroppsekvivalenta kraftsystem är ekvivalenta runt alla andra punkter

Avst Q samma!

$\mathbb{M}_1' = \mathbb{M}_1 - \mathbb{Q} \times \mathbb{F}$

$\mathbb{M}_2' = \mathbb{M}_2 - \mathbb{Q} \times \mathbb{F}$

(B) Om $\mathbb{F} = 0$ kan vi fritt välja origo

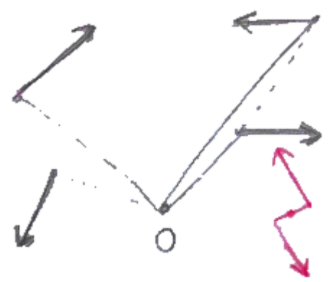
(C) Om $\mathbb{F}_3 = -\mathbb{F}_4$, dvs kraftpar, kan detta "flyttas"

(D) Vi kan flytta origo längs riktningen $\mathbb{F}$ och få samma $\mathbb{M}$ och $\mathbb{F}$

(E) om $\mathbb{F} = 0$ och $\mathbb{M} = 0$ runt O är $\mathbb{F}' = 0$ och $\mathbb{M}' = 0$ runt alla andra punkter

(F) Vi kan omvandla ett stelkroppssystem till en kraftskruv

(C)



KRAFTSKRUV

Stelkroppssystem där $\mathbb{M} \parallel \mathbb{F}$

För att formelera ett stelkroppssystem till en kraftskruv

löser vi ekvationen *

$$* \begin{cases} \mathbb{M}' = \mathbb{M} - \mathbb{Q} \times \mathbb{F} \\ \mathbb{M}' \parallel \mathbb{F} \end{cases}$$

$$\mathbb{M}' = |\mathbb{M}|\, \hat{\mathbb{F}}, \quad \text{där} \quad \hat{\mathbb{F}} = \frac{\mathbb{F}}{|\mathbb{F}|}$$

Kolla Appendix C 7

$$A \times (B \times C) = B(A \cdot C) - C(A \cdot B)$$

$$A \cdot (B \times C) = B \cdot (C \times A) = C \cdot (A \times B)$$

$$\boxed{\text{Resultat} \quad \mathbb{Q} = \frac{\hat{\mathbb{F}} \times \mathbb{M}}{|\mathbb{F}|}}$$