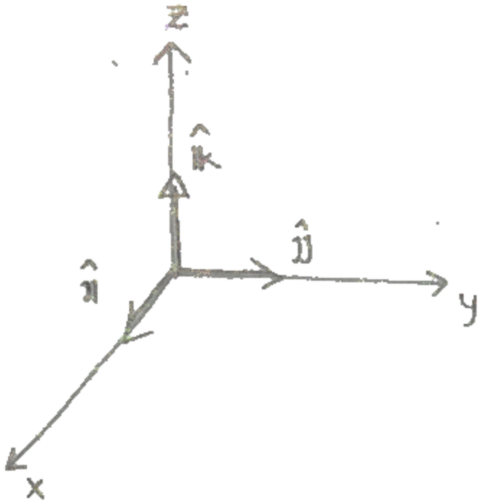
Föreläsning (2)
4/11-13



En godtycklig vektor $\mathbb{A}$ kan nu skrivas som en linjärkombination

$$\mathbb{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

där $A_x = \mathbb{A} \cdot \hat{i}$, $A_y = \mathbb{A} \cdot \hat{j}$, $A_z = \mathbb{A} \cdot \hat{k}$

A_x, A_y, A_z kallas för $\mathbb{A}$:s **komponenter**

$A_x \hat{i}, A_y \hat{j}, A_z \hat{k}$ kalla för $\mathbb{A}$:s **komposanter**

Dela upp vektor $\mathbb{B}$ på samma sätt

$$\mathbb{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

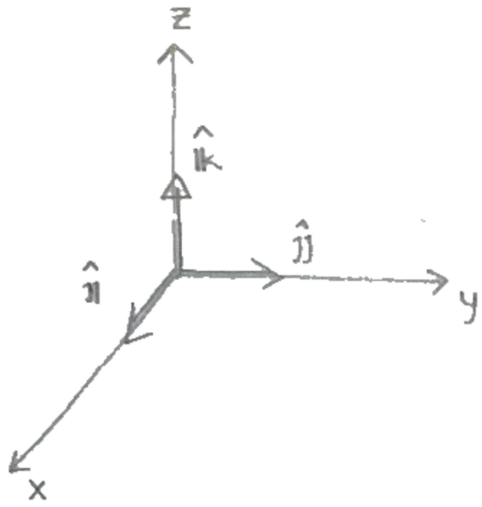
Skalär- eller vektorprodukt mellan $\mathbb{A}$ och $\mathbb{B}$ kan nu enkelt beräknas genom att multiplicera ihop dessa utvecklingar, och använda följande multiplikationstabeller

$\cdot$	$\hat{i}$	$\hat{j}$	$\hat{k}$
$\hat{i}$	1	0	0
$\hat{j}$	0	1	0
$\hat{k}$	0	0	1

$\times$	$\hat{i}$	$\hat{j}$	$\hat{k}$
$\hat{i}$	0	$+\hat{k}$	$-\hat{j}$
$\hat{j}$	$-\hat{k}$	0	$+\hat{i}$
$\hat{k}$	$+\hat{j}$	$-\hat{i}$	0

första argumentet

Föreläsning (2)
4/11-13



En godtycklig vektor $\mathbb{A}$ kan nu skrivas som en linjärkombination

$$\mathbb{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

där $A_x = \mathbb{A} \cdot \hat{i}$, $A_y = \mathbb{A} \cdot \hat{j}$, $A_z = \mathbb{A} \cdot \hat{k}$

A_x, A_y, A_z kallas för **$\mathbb{A}$:s komponenter**

$A_x\hat{i}, A_y\hat{j}, A_z\hat{k}$ kalla för **$\mathbb{A}$:s komposanter**

Dela upp vektor $\mathbb{B}$ på samma sätt

$$\mathbb{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

Skalär- eller vektorprodukt mellan $\mathbb{A}$ och $\mathbb{B}$ kan nu enkelt beräknas genom att multiplicera ihop dessa utvecklingar, och använda följande multiplikationstabeller

$\cdot$	$\hat{i}$	$\hat{j}$	$\hat{k}$
$\hat{i}$	1	0	0
$\hat{j}$	0	1	0
$\hat{k}$	0	0	1

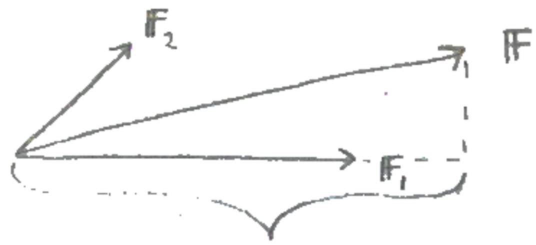
$\times$	$\hat{i}$	$\hat{j}$	$\hat{k}$
$\hat{i}$	0	$+\hat{k}$	$-\hat{j}$
$\hat{j}$	$-\hat{k}$	0	$+\hat{i}$
$\hat{k}$	$+\hat{j}$	$-\hat{i}$	0

första argumentet

Föreläsning (3)
4/11-13

OBS Blanda INTE ihop uppdelning av en kraft längs en HON-bas, beskrivet på föregående sida ($A_x = \mathbb{A} \cdot \hat{\imath}$ osv.) med sönderläggning av en vektor längs godtyckliga axlar.

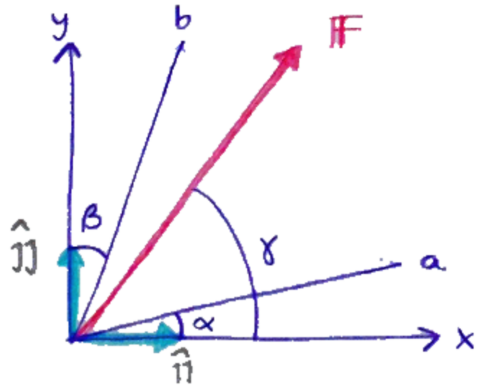
$\mathbb{F} = \mathbb{F}_1 + \mathbb{F}_2$



$$|\mathbb{F}_1| \neq \mathbb{F} \cdot \frac{\mathbb{F}_1}{|\mathbb{F}_1|}$$

Här får vi istället lösa ett ekvationssystem

Ex 2/22 Bestäm komponenterna F_a och F_b för kraften $\mathbb{F}$ längs a- och b-axeln



1) Dela upp $\mathbb{F}$ i komponenter längs ON-basvektorerna $\hat{\imath}$ och $\hat{\jmath}$

$$\mathbb{F} = F\cos\gamma\,\hat{\imath} + F\sin\gamma\,\hat{\jmath}$$

$F := |\mathbb{F}|$

2) Gör samma sak för $\mathbb{F}_a$ och $\mathbb{F}_b$

$$\begin{cases} \mathbb{F}_a = F_a\cos\alpha\,\hat{\imath} + F_a\sin\alpha\,\hat{\jmath} \\ \mathbb{F}_b = F_b\sin\beta\,\hat{\imath} + F_b\cos\beta\,\hat{\jmath} \end{cases}$$

$\longrightarrow$

$\mathbb{F}$ och $\mathbb{F}_a + \mathbb{F}_b$ ska vara ekvivalenta kraftsystem

$\Rightarrow \mathbb{F} = \mathbb{F}_a + \mathbb{F}_b$

I komponentform:

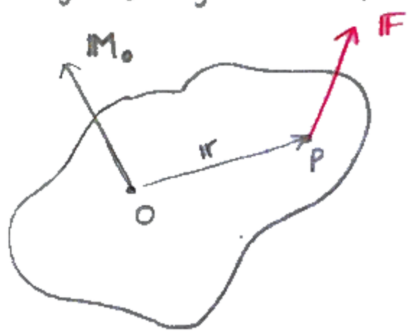
$$\left.\begin{aligned} \hat{\imath}: \quad & F\cos\gamma = F_a\cos\alpha + F_b\sin\beta \\ \hat{\jmath}: \quad & F\sin\gamma = F_a\sin\alpha + F_b\cos\beta \end{aligned}\right\}$$

Två ekvationer och två obekanta (F_a och F_b)

$\Rightarrow$ Lös

2.4 VRIDMOMENT

Lat O vara en godtycklig referenspunkt



$\ast$ Här är $\mathbb{r}$ = vektorn från O till P = punkten P:s ortsvektor m.a.p. O

En kraft $\mathbb{F}$ angriper i en annan punkt P. Vi säger att denna kraft utövar ett **vridmoment**

$$\mathbb{M}_0 = \mathbb{r} \times \mathbb{F} \quad \text{med avseende på momentpunkten O} \ast$$

Tolkning av $\mathbb{M}_0$: Kraften $\mathbb{F}$ tenderar att rotera kroppen kring en axel genom O som är parallell med $\mathbb{M}_0$

I <u>tvådimensionella</u> problem är både $\mathbb{r}$ och $\mathbb{F}$ linjärkombinationer av $\hat{\imath}$ och $\hat{\jmath}$

Då är $\mathbb{M}_0 = \mathbb{r} \times \mathbb{F} = \pm M_0 \hat{\mathbb{k}}$ där $M_0 = |\mathbb{M}_0|$

Då gäller att $M_0 = Fd$ där $F = |\mathbb{F}|$ och d är det <u>vinkelräta</u> avståndet från kraftens verkningslinje till momentpunkten O

(ty $M_0 = \mathbb{r} \times \mathbb{F} = r \cdot F \cdot \sin[\mathbb{r}, \mathbb{F}]$)

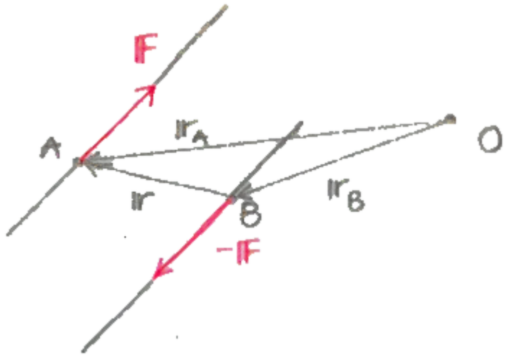
Föreläsning (5)
4/11-13

2.5 KRAFTPAR (Couple)

Två motsatta krafter $\mathbb{F}$ och $-\mathbb{F}$ utgör ett kraftpar

kraftsumman är

$\mathbb{F} + (-\mathbb{F}) = 0$



Vi beräknar kraftsystemets vridmoment m.a.p en godtycklig momentpunkt O

$$\underline{\underline{\mathbb{M}_O}} = \mathbb{r}_A \times \mathbb{F} + \mathbb{r}_B \times (-\mathbb{F}) = \underbrace{(\mathbb{r}_A - \mathbb{r}_B)}_{\mathbb{r}} \times \mathbb{F} = \mathbb{M}$$

skriv ut momentpunkten

vektorn från B till A

OBS oberoende av momentpunkt

Ofta representerar vi ett kraftpar med en symbol $\mathbb{M}$

eller i två dimensioner M (vinkelrät mot planet)

Observera att $\mathbb{M}$ INTE är en kraft utan ett vridmoment.

Det har ingen särskild "angreppspunkt"

$\Longrightarrow$ beskrivs av en s.k. fri vektor (free vector)