Tentamen i FFM515 Mekanik 1

Tid och plats: Måndagen den 28 augusti 2006 klockan 14.00-18.00 i V.
Hjälpmedel: Typgodkänd räknedosa.
Examinator: Måns Henningson.
Jourhavande lärare: Pär Arvidsson, 0703-247253.

Poängberäkning: Varje uppgift bedöms med 0, 1, 2 eller 3 poäng enligt följande principer:
För 3 poäng krävs en helt korrekt lösning.
Mindre fel ger 1 poängs avdrag.
Allvarliga fel (t ex dimensionsfel eller andra orimliga resultat) ger 2 poängs avdrag.
Allvarliga principiella fel eller en ofullständig lösning ger 0 poäng på uppgiften.

Betygsgränser: För att bli godkänd krävs minst 6 poäng totalt på uppgifterna 1-4.
För de som är godkända bestäms betyget av den totala poängen på uppgifterna 1-6 så att 6-11 poäng ger betyg 3, 12-14 poäng ger betyg 4 och 15-18 poäng ger betyg 5.

Grundläggande uppgifter

1. Flygplanet står på horisontell mark med hjulen i B och C bromsade. Den vänstra motorn är i gång och genererar dragkraften T. Beräkna ändringarna i normalkrafterna från marken på hjulen i A, B och C då motorn stängs av.

2. Givet avstånden b, d och $b' > b$ samt den statiska friktionskoefficienten μ mellan de båda plankorna och mellan plankorna och stålbygeln, bestäm det maximala avståndet h, så att ingen glidning sker oberoende av storleken på dragkraften P.

3. Hylsorna A och B glider längs de vinkelräta stängerna, och är förenade med en lina med längden L. Bestäm accelerationen a_B för hylsa B som funktion av avståndet y, om hylsa A har en konstant uppåtriktad hastighet v_A.

4. Hylsan A har massan m, och startar från vila i det avbildade läget. Den glider sedan utan friktion på den vertikala stången under inverkan av den konstanta dragkraften F i linan. Bestäm fjäderkonstanten k så att fjäderns maximala hoptryckning blir b.

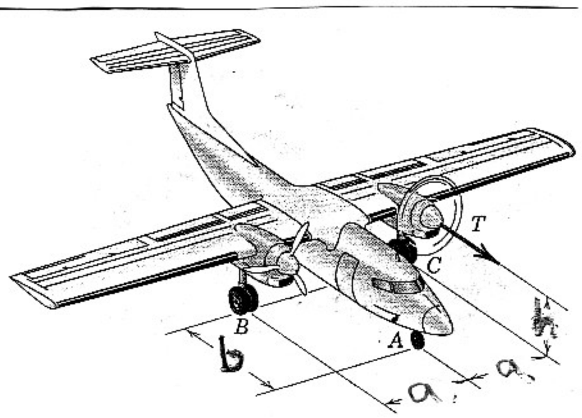
Överkursuppgifter

5. Den homogena stången har radien r, längden l och massan m. Vattnets densitet är ρ. Bestäm kraften T i den vertikala kabeln då jämvikt råder i den avbildade situationen. (Radien r är mycket mindre än längden l.)

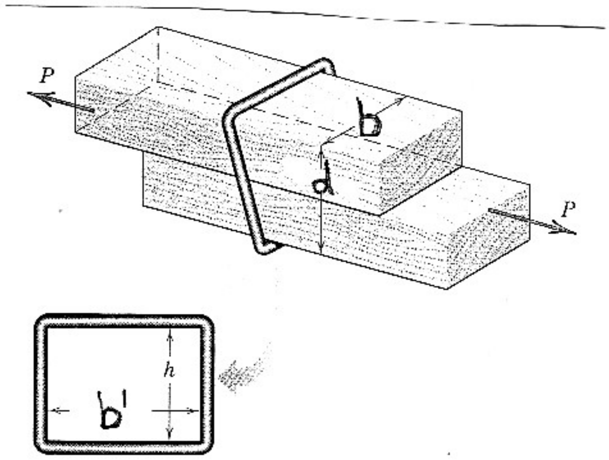
6. Snöplogen kör med konstant hastighet v på en horisontell väg. Snömassan μ per tidsenhet skickas ut med hastigheten u och vinkeln 45° relativt plogen. Bestäm kraftvektorn varmed vägen påverkar snöplogen.

Lycka till!

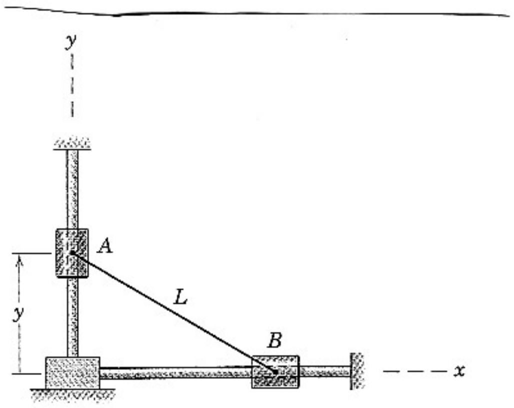
1.



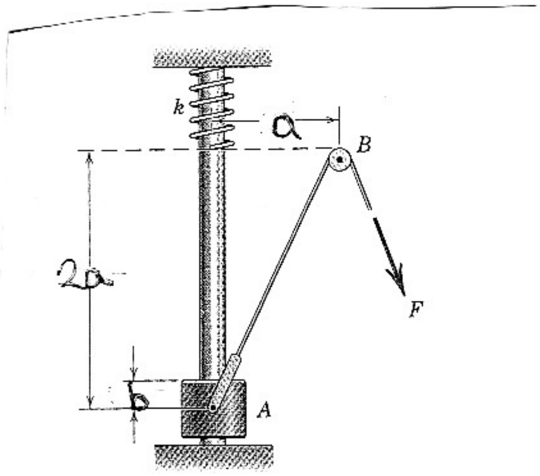
2.



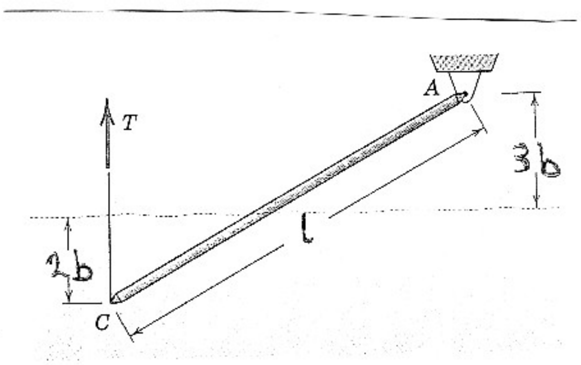
3.



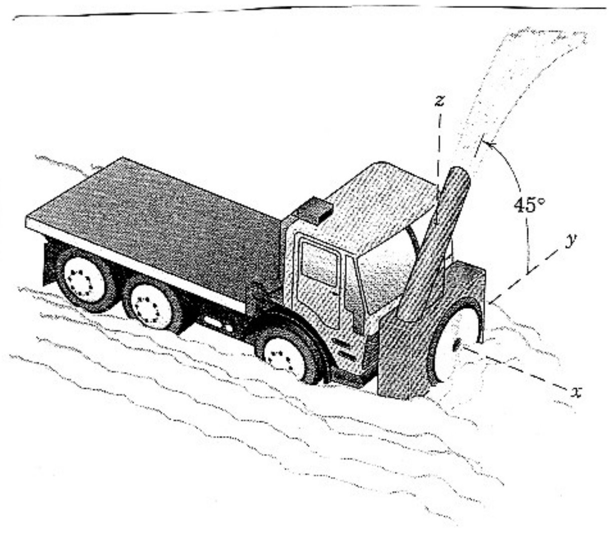
4.



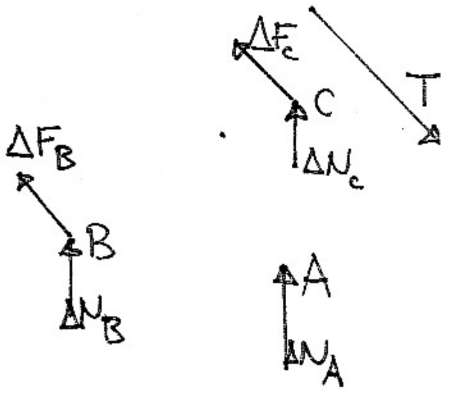
5.



6.



1) Vi frilägger flygplanet och markerar kraftskillnaderna mellan de två fallen.



Kraftjämvikt ger

$$\begin{cases} T - \Delta F_A - \Delta F_B = 0 \\ \Delta N_A + \Delta N_B + \Delta N_c = 0 \end{cases}$$

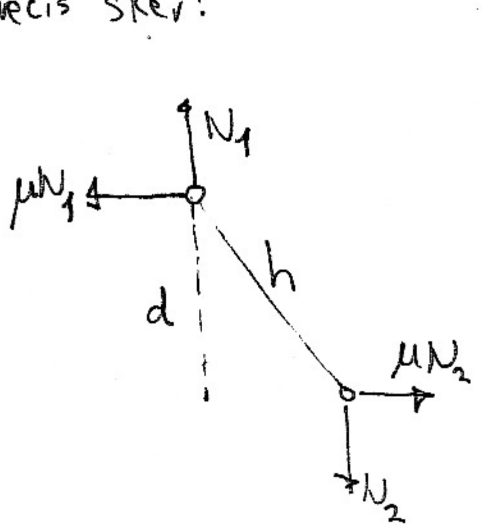
Momentjämvikt kring punkten C ger

$$\begin{cases} Th - \Delta N_A b = 0 \\ \Delta N_B 2a + \Delta N_A a = 0 \\ \Delta F_B 2a = 0 \end{cases}$$

Varur bland annat fås att

$$\begin{cases} \Delta N_A = T\frac{h}{b} \\ \Delta N_B = \Delta N_c = -T\frac{h}{2b} \end{cases}$$

2) Frilägg. bygeln då glidning precis sker:



Kraftjämvikt ger att $N_1 = N_2$.

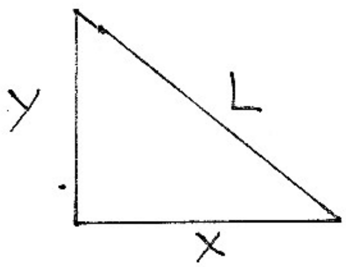
Momentjämvikt ger att

$$\mu N_1 d = N_1 \sqrt{h^2 - d^2}$$

Varur fås att

$$h = d\sqrt{1+\mu^2}$$

3) Enligt Pythagoras sats är



$$x^2 + y^2 = L^2 \qquad (1)$$

Derivering m a p tiden ger först

$$2x\dot{x} + 2y\dot{y} = 0 \qquad (2)$$

och sedan

$$2\dot{x}^2 + 2x\ddot{x} + 2\dot{y}^2 + 2y\ddot{y} = 0 \qquad (3)$$

Med $\dot{y} = V_A$ och $\ddot{y} = 0$ ger (1), (2) och (3)

$$\ddot{x} = -\frac{L^2 V_A^2}{(L^2 - y^2)^{3/2}}$$

4) Linan dras sträckan

$$d = \sqrt{(2a)^2 + a^2} - a = a(\sqrt{5} - 1).$$

Kraften F uträttar härvid arbetet

$$U = Fd$$

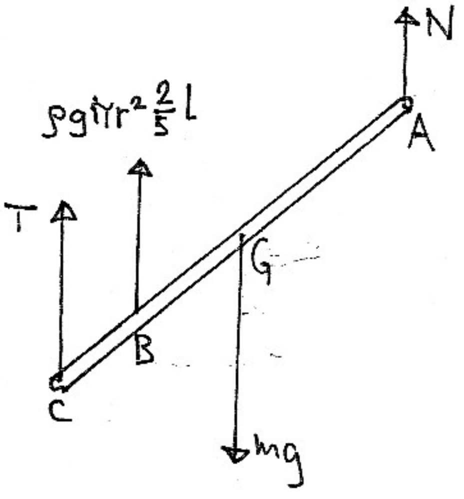
Detta är lika med ändringen i den potentiella energin för gravitationskraften och fjäderkraftens (eftersom systemet är i vila när hylsan vänder):

$$Fd = mg\,2a + \tfrac{1}{2}kb^2$$

Härur fås att

$$k = \frac{Fd - mg\,2a}{b^2/2} = \frac{a}{b^2}\left(2(\sqrt{5}-1)F - 4mg\right)$$

5) Frilägg stången:



De horisontella avstånden från upphängningspunkten A till punkterna G, B och C är $\frac{1}{2}d$, $\frac{4}{5}d$ respektive d, där $d = \sqrt{L^2 - (5b)^2}$.

Momentjämvikt kring A ger nu att

$$Td + \rho g \pi r^2 \frac{2}{5} L \frac{4}{5} d - mg \frac{1}{2} d = 0$$

varur fås att

$$T = \frac{mg}{2} - \frac{8 \rho g \pi r^2 L}{25}$$

6. Under ett tidsintervall Δt ändras hastigheten på en snömassa $m = \mu \Delta t$ från 0 till $v\hat{\mathbb{i}} + \frac{u}{\sqrt{2}}(\hat{\mathbb{j}} + \hat{\mathbb{k}})$.

Kraften från vägen på snöplogen blir

$$\mathbb{F} = Mg\hat{\mathbb{i}} + \mu\left(v\hat{\mathbb{i}} + \frac{u}{\sqrt{2}}(\hat{\mathbb{j}} + \hat{\mathbb{k}})\right)$$

där M är snöplogens massa.