Tentamen i FFM515 Mekanik 1

Tid och plats: Måndagen den 22 augusti 2005 klockan 14.00-18.00 i V.
Hjälpmedel: Typgodkänd räknedosa.
Examinator: Måns Henningson, 0737-296826.

Poängberäkning: Varje uppgift bedöms med 0, 1, 2 eller 3 poäng enligt följande principer:
För 3 poäng krävs en helt korrekt lösning.
Mindre fel ger 1 poängs avdrag.
Allvarliga fel (t ex dimensionsfel eller andra orimliga resultat) ger 2 poängs avdrag.
Allvarliga principiella fel eller en ofullständig lösning ger 0 poäng på uppgiften.

Betygsgränser: För att bli godkänd krävs minst 6 poäng totalt på uppgifterna 1-4.
För de som är godkända bestäms betyget av den totala poängen på uppgifterna 1-6 så att 6-11 poäng ger betyg 3, 12-14 poäng ger betyg 4 och 15-18 poäng ger betyg 5.

Grundläggande uppgifter

1. Den homogena plattan med massan m har formen av en liksidig triangel. Bestäm spänningen i de tre linorna. (Avståndet MG, där G är plattans tyngdpunkt, är en tredjedel av avståndet MC.)

2. Klossen har massan m och ligger i vila på det lutande planet. Den statiska friktionskoefficienten är μ_s. Bestäm den minsta horisontella kraft P som får klossen att börja glida.

3. Klossen har massan m och friktionskoefficienten mot underlaget är μ. Bestäm klossens acceleration när man drar i linan med kraften F.

4. Systemet släpps i vila. Bestäm vikten B's fart när den har fallit sträckan s. (Friktionen försummas.)

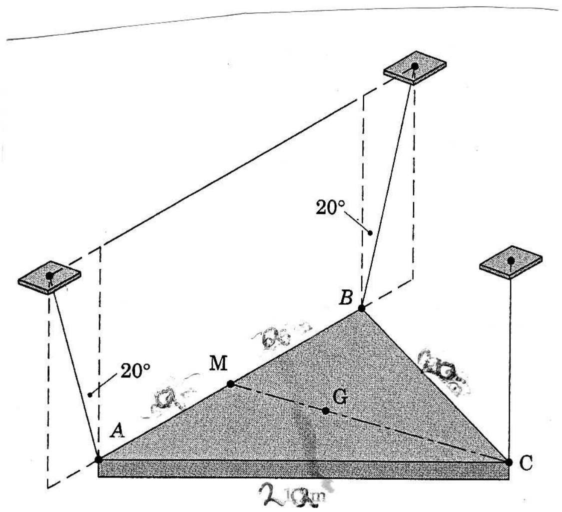
Överkursuppgifter

5. Bojen har formen av en cylinder med radien r, längden l och massan m. Den flyter enligt figuren så att längden h sticker upp ovanför vattenytan. Vattnet har densiteten ρ. Bestäm spänningen i den kabel som förankrar bojen i havsbottnen.

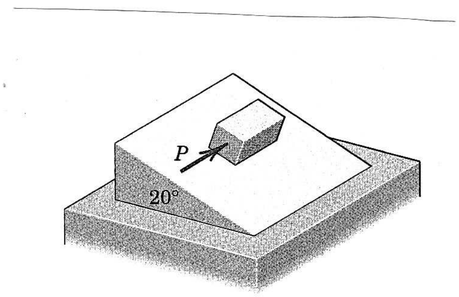
6. Kedjan har längden L och massan ρ per längdenhet. Dess övre ände sänks med den konstanta hastigheten $\dot{x} = v$ genom att man påverkar den med en viss kraft P. Bestäm vågens utslag uttryckt i ρ, x, v och tyngdaccelerationen g.

Lycka till!

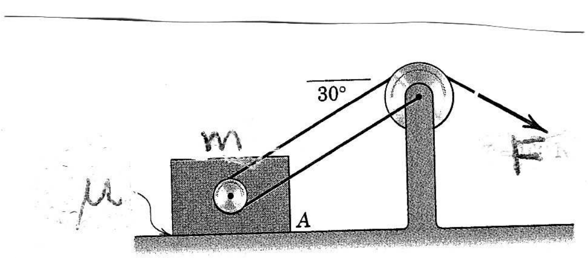
1.



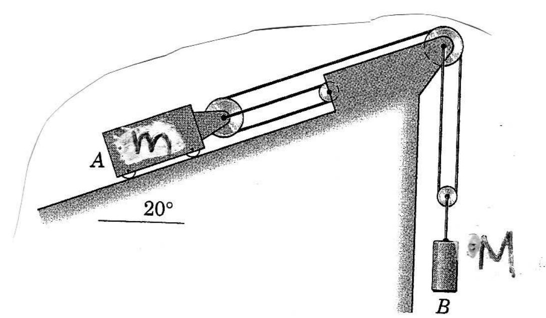
2.



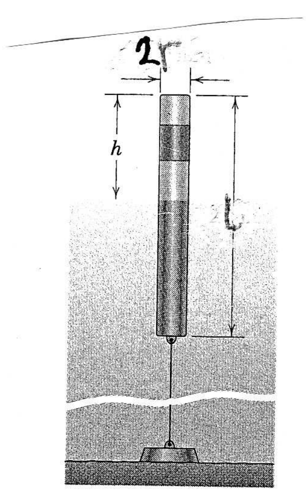
3.



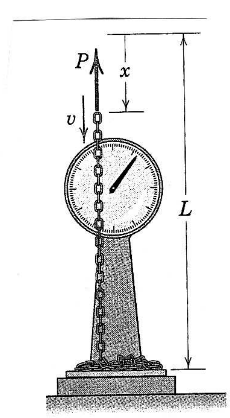
4.



5.



6.



1. Beteckna de tre krafterna med F_A, F_B resp F_c.

Jämviktsekvationerna lyder då

$$\begin{cases} F_A - F_B = 0 & \text{horisontellt} \\ F_A \cos 20^\circ + F_B \cos 20^\circ + F_c - mg = 0 & \text{vertikalt} \\ F_c - \frac{1}{3} mg = 0 & \text{momentjämvikt kring axeln } AB \end{cases}$$

varur fås att

$$F_A = F_B = \frac{mg}{3\cos 20^\circ}, \quad F_c = \frac{mg}{3}$$

---

2. Normalkraften från planet på blocket betecknas med N. Friktionskraftens komponenter parallellt med och vinkelrät mot P betecknas med $F_{\parallel}$ respektive $F_{\perp}$.

Jämviktsekvationerna lyder då

$$\begin{cases} P - F_{\parallel} = 0 \\ N \cos 20^\circ + F_{\perp} \sin 20^\circ - mg = 0 \\ N \sin 20^\circ - F_{\perp} \cos 20^\circ = 0 \end{cases}$$

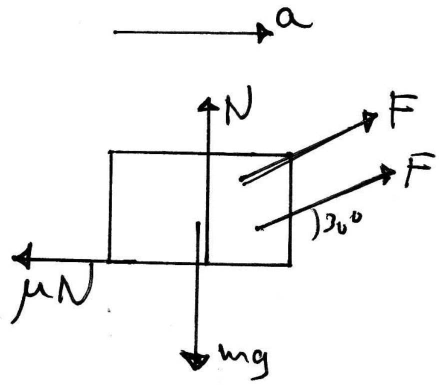
När glidningen precis börjar gäller dessutom att

$$\sqrt{F_{\perp}^2 + F_{\parallel}^2} = \mu N$$

varur fås att

$$P = mg\sqrt{\mu^2 \cos^2 20^\circ - \sin^2 20^\circ}$$

3. Frilägg klossen



och ställ upp Newtons andra lag:

$$\begin{cases} \rightarrow \quad 2F\cos 30^\circ - \mu N = ma \\ \uparrow \quad N - mg + 2F\sin 30^\circ = 0 \end{cases}$$

varur fås att

$$a = \frac{2F}{m}\left(\cos 30^\circ + \mu \sin 30^\circ\right) - \mu g$$

---

4. Energiprincipen ger att

$$\tfrac{1}{2} m v'^2 + \tfrac{1}{2} M v^2 = Mgs - mgs' \sin 20^\circ$$

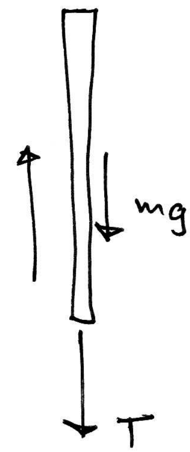
där v och v' är farterna för B resp A när de har rört sig sträckorna s respektive s' från utgångsläget.

Det gäller att $s' = \frac{2}{3}s$ och $v' = \frac{2}{3}v$.

Man får nu att

$$v = \sqrt{\frac{\left(M - \frac{2m}{3}\sin 20^\circ\right)gs}{\frac{1}{2}M + \frac{2}{9}m}}$$

5. Frilägg bojen



$\pi r^2 (l-h) \rho g$

Kraftjämvikt ger nu spännkraften

$$T = \pi r^2 (l-h) \rho g - mg$$

---

6. Kraften från vågen är

$$F = \rho g x + \rho v^2$$

Den första termen är tyngden av den del av kedjan som ligger på vågen.

Den andra termen är den kraft som krävs för att ändra hastigheten från v till 0 för massan ρv per tidsenhet.