Matematik CTH&GU

Tentamen i inledande matematisk analys F/TM (TMA970), 2009-01-17, kl. 8.30-12.30 i V

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa,

Telefon: Christoffer Cromvik, tel. 0762 – 721860

OBS: Tentan rättas och bedöms anonymt. Skriv tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

===

1. Beräkna koefficienten för $(xyz)^3$ i utvecklingen av $(x+y+z)^9$. (5p)

2. Låt $f(x)=\dfrac{\arcsin x}{\arccos x}$.

a) Ange D_f, visa att f är injektiv och bestäm V_f. (4p)

b) Bestäm tangenten till kurvan $y=f(x)$ i origo och $Df^{-1}(2)$. (5p)

3. Låt $f(x)=\left(\sqrt{x^2-1}\right)^{-3}$.

a) Bestäm en primitiv funktion till f på $]1,\infty[$. (7p)

b) Avgör om $\int_1^2 f(x)\,dx$ resp. $\int_2^\infty f(x)\,dx$ är konvergent eller divergent. (4p)

4. Låt $f(0)=1,\ f(1)=0$ och $f(x)=|1-x|\,x^{\frac{x}{1-x}}$ för $1\neq x\in\ ]0,\infty[$.

a) Visa att f är kontinuerlig (på $[0,\infty[$!). (5p)

b) Rita kurvan $y=f(x)$ med angivande av extrempunkter och asymptoter. (8p)

5. Låt $f(0)=0$ och $f(x)=\dfrac{1}{\sinh(x)\sinh\left(\frac{1}{x}\right)}$ för $0\neq x\in\mathbb{R}$.

a) Är f deriverbar ? Existerar $\lim_{x\to\infty} f(x)$? Motivera väl! (5p)

b) Är $\int_0^\infty f(x)\,dx$ konvergent eller divergent? Motivera väl! (5p)

6. Definiera funktionen $\arctan x$ och härled dess derivata. (5p)

7. Visa att om $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ är deriverbar och antar i x_0 ett lokalt minimum så är $f'(x_0)=0$. (7p)

Betygsgränser: 24p – 35p ger betyget 3, 36p – 47p ger betyget 4, 48p eller mer ger betyget 5 BB

SVAR

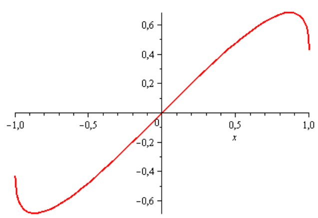
Svar till tentor i inledande matematisk analys F1, tma970, 07-09

07-10-27

1) 0 resp. e resp. 1 **2a)** konvex i $[-1,0]$, konkav i $[0,1]$, $V_f=\left[\frac{\pi}{3}-\sqrt{3},\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}\right]$ **b)** konvergent **3)** $a=\ln\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$

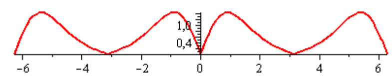
4b) $x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$, konvergent **c)** $\frac{1}{2\ln 2-1}$

5a) f är deriverbar i origo men f' är ej kontinuerlig i origo



08-01-15

1b) $\frac{n(n-1)}{2}$ **2a)** nej **b)** minimipunkter är $k\pi$, maximipunkter är $\arccos\frac{\sqrt{5}-1}{2}+k\pi$, inflexionspunkter är $\frac{\pi}{2}+k\pi$ **c)** 4sinh1

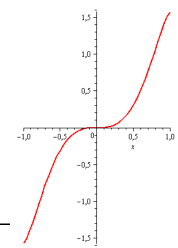


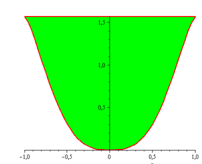
3) 8π **4)** $\pi\ln 3$ **5)** $x\ln\frac{x^2}{x^2+3x+2}$

08-08-21

1a) 1 **b)** 0 **c)** 1 **2a)** 2 **c)** 0

3a) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ **b)** konkav på $\left]-\sqrt{\frac{2}{3}},0\right]$ och på $\left[\sqrt{\frac{2}{3}},1\right]$, konvex på $\left[-1,-\sqrt{\frac{2}{3}}\right]$ och på $\left[0,\sqrt{\frac{2}{3}}\right]$ **c)** ja **d)** $\frac{32}{15}$



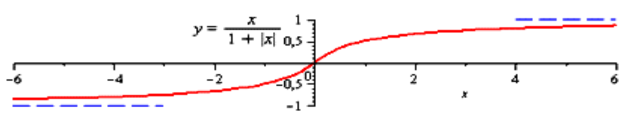


08-10-23

1a) 1 resp. 0 **b)** $(11\ln 2-3\ln 3)x+3y=5$

2a) $D_f=[-1,1], V_f=\left[-\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right], Df^{-1}\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{1}{2}$ **b)** $1+\ln\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}-\sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}}$

3a) $f^{-1}(x)=\frac{x}{1-|x|}, x\in[-1,1]$ **b)** f är C^1, inte C^2 **c)** f är konvex på $]-\infty,0]$, konkav på $[0,\infty[$, assymptoter $y=\pm 1$



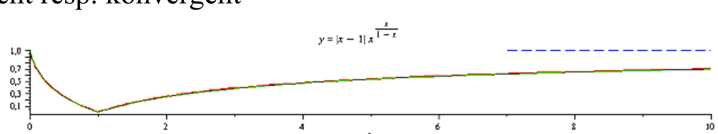
4) $\ln\left(3\sqrt{22}+10\sqrt{2}-3\sqrt{11}-10\right)+\frac{33\sqrt{2}-10\sqrt{11}}{33}$ **5a)** konvergent **b)** 0

09-01-23

1) 1680 **2a)** $D_f=[-1,1[, V_f=\left[-\frac{1}{2},\infty\right[$ **b)** $y=\frac{2}{\pi}x, Df^{-1}(2)=\frac{\pi}{36}$

3a) $\frac{-x}{\sqrt{x^2-1}}$ **b)** divergent resp. konvergent

4b) max$=0$, min$=1$, asymptot $y=1$



5a) f är deriverbar, $\lim_{x\to\infty} f(x)=0$

b) konvergent