Obs! Lämnas senast kl.12.30

MATEMATIK
Chalmers tekniska högskola
Tentamen i Linjär algebra och geometri, TMA660, Del 1, 20/08/2012, 8.30-12.30
Inga hjälpmedel, förutom penna och linjal, är tillåtna, ej heller räknedosa.
Telefonvakt: Richard Lärkäng, 0703-088304.

Besökstider: ca 9.30 och 11.30

OBS: Ange linje samt personnummer och namn på omslaget.
Ange kod på *varje* inlämnat blad.
Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng, inte svaret. Skriv tydligt.
För godkänt krävs minst 30 poäng på del 1.

Del 1

1. (a) Vilka av följande matriser är trappstegsmatriser? (1p)

$$
\text{i)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
\quad
\text{ii)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
\quad
\text{iii)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
$$

$$
\text{iv)} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}
\quad
\text{v)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}
\quad
\text{vi)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}
$$

$$
\text{vii)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
\quad
\text{viii)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
\quad
\text{ix)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
$$

   (b) Betrakta matriserna i (a) som utvidgade matriser för ekvationssystem. För trappstegsmatriserna, ange antalet lösningar utan att göra beräkningar. Ge kort motivering av dina svar. (4p)

   (c) För ekvationssystem i b) som har mer än en lösning, ange lösningar på vektorparametrisk form. (3p)

2. (a) Hitta inversa matrisen till (6p)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

(b) Använd matrisen som du har räknat ut i uppgift (a) för att lösa ekvationssystemmet (2p)

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_4 & = & 3 \\ x_2 + x_3 + 2x_4 & = & 1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 & = & -2 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 & = & 0 \end{cases}$$

3. Hitta volum av en pyramid med hörn i $A(1,1,0)$, $B(0,1,1)$, $C(1,0,1)$ och origo. (8p) (Tips: Volumen av en pyramid är tredje del av area av botten gånger höjden.)

4. Hitta rötterna av polynomet $p(x) = x^4 + 2x^2 + 4$. (8p)

5. (a) Beräkna adjunktmatris till A. (4p)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

(b) Använd adjunktmatrisen till A för att hitta inversmatrisen till A. (Det förmågan att använda samband mellan adjunkt och inversmatriser, som ger poäng.) (4p)

Information om när tentan är färdigrättad och tid för visning av tentan kommer att lämnas på kurshemsidan. När resultaten är registrerade i Ladok kommer ett e-brev.

LYCKA TILL! Maria

Obs! Lämnas senast kl.13.30

MATEMATIK
Chalmers tekniska högskola
Tentamen i Linjär algebra och geometri, TMA660, Del 2, 20/08/2012, 8.30-13.30
Inga hjälpmedel, förutom penna och linjal, är tillåtna, ej heller räknedosa.
Telefonvakt: Richard Lärkäng, 0703-088304.

Besökstider: ca 9.30 och 11.30

OBS:	Ange linje samt personnummer och namn på omslaget. Ange kod på *varje* inlämnat blad. Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng, inte svaret. Skriv tydligt. För godkänt krävs minst 30 poäng på del 1.

Del 2

6. Stämmer det att om AB är en inverterbar matris, så är BA en inverterbar matris? Svara altid/ibland/aldrig och motivera ditt svar (det är motivationen som ger poäng).
   (a) Om A och B är kvadratiska matriser? (5p)
   (b) Om A och B är ikke-kvadratiska matriser? (10p)
7. Kan minsta kvadrat metoden ge mer än en lösning? (Bevisa att lösningen är entydlig eller ge ett motexempel). (10p)
8. En triangel har hörnen i $A(0,0,0)$, $B(0,1,0)$, och $C(1,0,0)$. Hitta ett plan π genom origo, sådant att projektionen av $\triangle ABC$ på planet π är en liksidig triangel. (15p)

Information om när tentan är färdigrättad och tid för visning av tentan kommer att lämnas på kurshemsidan. När resultaten är registrerade i Ladok kommer ett e-brev.

LYCKA TILL! Maria

Multiplicationstabeln

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144	152
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165	176	187	198	209
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228
13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169	182	195	208	221	234	247
14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	210	224	238	252	266
15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	270	285
16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240	256	272	288	304
17	34	51	68	85	102	119	136	153	170	187	204	221	238	255	272	289	306	323
18	36	54	72	90	108	126	144	162	180	198	216	234	252	270	288	306	324	342
19	38	57	76	95	114	133	152	171	190	209	228	247	266	285	304	323	342	361