MATEMATIK | **Hjälpmedel: inga, ej heller räknedosa**
Chalmers tekniska högskola | Datum: 2003–01–16 kl. 08.45–12.45
Tentamen | Telefonvakt: Per Hörfelt, tel. 0704 977974

Linjär Algebra och Geometri, F1 (TMA 660)

Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper. Skriv dessutom linje och inskrivningsår på omslaget. Skriv högst en uppgift per blad och numrera sidorna med uppgift ett först och så vidare.

---

1. Bestäm en ekvation för den linje som ligger i planet (8p)

$$\pi : 2x + y - 3z = 1$$

och som skär linjen

$$l : (x, y, z) = (-1, 2, -3) + t(1, -1, 1), \quad (t \in \mathbb{R})$$

under rät vinkel.

2. Lös matrisekvatonen $AX = A + 2X$ där (8p)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Avgör också om matrisen X är inverterbar genom att beräkna dess determinant.

3. (a) Bestäm för varje värde på parametern α nollrummet till matrisen (8p)

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha+1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \alpha+1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

(b) För $\alpha = 0$ lös ekvationen $Ax = b$ om $b = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$.

4. Den algebraiska ekvationen (8p)

$$6z^4 + z^3 + 8z^2 - 9z + 2 = 0$$

har två rationella rötter. Bestäm dessa och lös sedan ekvationen fullständigt. Faktorisera också polynomet $p(z) = 6z^4 + z^3 + 8z^2 - 9z + 2$ i reella faktorer av så låg grad som möjligt.

5. En ljusstråle går genom punkten $A = (1, 2, -3)$ och reflekteras i planet (8p)

$$\pi : \quad 2x + y - z - 1 = 0,$$

och går sedan (efter reflektion) genom punkten $B = (7, 8, 13)$. Bestäm koordinaterna för den punkt i planet i vilken ljusstrålen reflekteras.

Var god vänd!

6. Visa att (6p)

$$cos(\frac{\pi}{5}) = \frac{\sqrt{5}+1}{4}.$$

7. (a) Ge sex påståenden som var och en är ekvivalent med påståendet: (8p)

$n \times n$ matrisen A är inverterbar.

Följande begrepp skall finnas med, ett för varje påstående:

(i) ekvationen $AX = 0$, (ii) rangen för A, (iii) kolonnerna i A, (iv) $detA$, (v) en-entydig, (vi) identitetsmatrisen I_n.

(b) Visa att om matrisen A är inverterbar så är också den transponerade matrisen A^T inverterbar.

8. Formulera och bevisa Cramers regel. (6p)

Lycka till!
TG